SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÀ RỊA-VŨNG TÀU

KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI
LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2024-2025 (LẦN 2)

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TIN HỌC
Thời gian làm bài: 120 phút
(Đề thi gồm có 03 trang)

Bài 1: Chia đội (6 điểm) **Tên chương trình: DIVTEAMS.***

Cô Matcha là một giáo viên mới của trường, hôm nay cô sẽ tổ chức một trò chơi để làm quen với các học sinh của mình. Lớp học của cô có n học sinh, học sinh thứ i được đánh mã số là a_i (i = 1, 2, …, n), mã số của các học sinh là khác nhau.

Cô Matcha muốn chia lớp học của mình thành 2 đội, đội A và đội B, mỗi đội sẽ cần ít nhất một thành viên. Sau đó, mỗi đội sẽ được chọn một màu sắc có giá trị trong khoảng từ 1 tới 10^9 sao cho màu sắc đó ***nhỏ hơn hoặc bằng*** mã số của tất cả thành viên trong đội. Hai cách chia được gọi là khác nhau nếu ít nhất một học sinh thuộc một đội khác hoặc có một màu khác trong hai cách chia.

Yêu cầu: Hãy giúp cô Matcha đếm số cách chia đội khác nhau cho trò chơi của mình. Vì số cách chia có thể rất lớn, cho biết kết quả sau khi lấy **modulo cho *1e9 +7***.

Dữ liệu: Vào từ file **DIVTEAMS.INP** gồm:

- Dòng thứ nhất là số nguyên dương n ($3 \le n \le 10^5$);
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên dương $a_1, a_2, ..., a_n$ ($1 \le a_i \le 10^9$ với i = 1, 2, …, n)

Kết quả: Ghi vào file **DIVTEAMS.OUT** một số nguyên duy nhất là kết quả của bài toán sau khi lấy **modulo cho *1e9 +7***.

Ví dụ:

DIVTEAMS.INP	DIVTEAMS.OUT
2 1 2	4

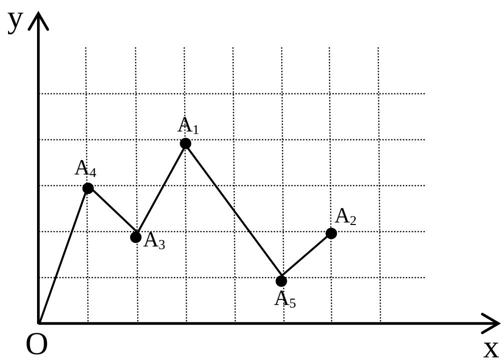
Giải thích: *có 4 cách chia đội*

- *Cách 1: Đội A gồm học sinh 1 và có màu 1, đội B gồm học sinh 2 và có màu 1;*
- *Cách 2. Đội A gồm học sinh 1 và có màu 1, đội B gồm học sinh 2 và có màu 2;*
- *Cách 3. Đội A gồm học sinh 2 và có màu 1, đội B gồm học sinh 1 và có màu 1;*
- *Cách 4. Đội A gồm học sinh 2 và có màu 2, đội B gồm học sinh 1 và có màu 1.*

Subtask:

- *Trong tất cả mọi test: $3 \le n \le 10^5$, $1 \le a_i \le 10^9$ (với i = 1, 2, …, n);*
- *Subtask 1: 40% số test có $n \le 20$;*
- *Subtask 2: 40% số test có $n \le 30$ và $a_i \le n$ (với i = 1, 2, …, n);*
- *Subtask 3: 20% số test còn lại không có ràng buộc gì thêm.*

Bài 2: Đường gấp khúc (7 điểm) — Tên chương trình: LIZIGZAG.*



Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho n điểm $A_1, A_2, \ldots, A_n$ có tọa độ nguyên dương. Người ta muốn vẽ một đường gấp khúc (theo dạng răng cưa) bắt đầu từ gốc tọa độ. Như vậy dãy điểm của đường gấp khúc này có dạng $OB_1B_2\ldots B_k$ (nối từ O đến B_1, B_1 đến B_2, …, B_{k-1} đến B_k) và phải thỏa mãn:

- $0 < x_{B1} < x_{B2} < \ldots < x_{Bk}$
- $0 < y_{B1} > y_{B2} < y_{B3} > \ldots$
- Các điểm B_i (với $i = 1, 2, \ldots, k$) phải thuộc tập điểm $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

Trong đó:

- $x_{B1}, x_{B2}, \ldots, x_{Bk}$ lần lượt là hoành độ của $B_1, B_2, \ldots, B_k$;
- $y_{B1}, y_{B2}, \ldots, y_{Bk}$ lần lượt là tung độ của $B_1, B_2, \ldots, B_k$;

Yêu cầu: Với tập điểm $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Hãy vẽ một đường gấp khúc (theo dạng răng cưa) thỏa mãn các điều kiện trên sao cho được nhiều điểm nhất (***lưu ý rằng điểm được chọn phải là đỉnh của răng cưa***).

Dữ liệu: Vào từ file **LIZIGZAG.INP** gồm:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương n ($n \le 10^4$);
- Trong n dòng sau, dòng thứ i chứa 2 số nguyên dương x_i và y_i tương ứng là hoành độ và tung tộ của điểm A_i ($x_i, y_i \le 10^4$ với $i = 1, 2, \ldots, n$).

Kết quả: Ghi vào file 'LIZIGZAG.OUT' một số nguyên duy nhất là số lượng điểm nhiều nhất thoả mãn điều kiện đề bài.

Ví dụ:

LIZIGZAG.INP	LIZIGZAG.OUT
5 3 4 6 2 2 2 1 3 5 1	5

Subtask:

- *Subtask 1: 60% số test $n \le 20$;*
- *Subtask 2: 40% số test còn lại không có ràng buộc gì thêm.*

Bài 3: Truy vấn hoán vị (7 điểm) — Tên chương trình: SQUEPERM.*

Cho dãy **A** gồm n phần tử $a_1, a_2, \ldots, a_n$ là một hoán vị của tập số nguyên dương $\{1, 2, \ldots, n\}$.

Dãy **B** được tạo như sau: b_i có giá trị là **vị trí** của phần tử trong dãy A nhỏ hơn a_i và có vị trí gần i nhất. Nếu có 2 giá trị cùng nhỏ hơn a_i và khoảng cách của chúng tới i là bằng nhau thì chọn vị trí của giá trị ***lớn hơn trong 2 giá trị đó*** (với $i = 1, 2, \ldots, n$).

Sau khi có dãy B thì dãy A được biến đổi như sau: mỗi giây, với mỗi i từ 1 tới n, ta thay a_i bằng a_{b_i} . Nếu vị trí i không tồn tại giá trị b_i thì $a_i = 0$ (với $i = 1, 2, \ldots, n$; giá trị của dãy B là **không thay đổi** qua các giây)

Ví dụ: *A = [4,2,3,7,8,6,5,1], ta sẽ có B = [2,8,2,3,4,7,8,0] (0 nghĩa là không tồn tại giá trị).*

Như vậy lúc đầu: A = [4,2,3,7,8,6,5,1]

- *Sau giây thứ 1: A = [2,1,2,3,7,5,1,0]*
- *Sau giây thứ 2: A = [1,0,1,2,3,1,0,0]*
- *Sau giây thứ 3: A = [0,0,0,1,2,0,0,0]*
- *Sau giây thứ 4: A = [0,0,0,0,1,0,0,0]*
- *Sau giây thứ 5: A = [0,0,0,0,0,0,0,0]*

Yêu cầu: Cho q truy vấn, mỗi truy vấn cho hai số nguyên dương x và y. Câu trả lời cho một truy vấn là sau ít nhất bao nhiêu giây thì $a_x = y$? Nếu không bao giờ $a_x = y$ thì câu trả lời là **-1**. Vì số lượng truy vấn là rất lớn nên chỉ cần tính ***tổng kết quả (câu trả lời) của tất các cả truy vấn*** (cho biết kết quả này không vượt quá $\mathbf{10^{18}}$).

Dữ liệu: Vào từ file **SQUEPERM.INP** gồm:

- Dòng thứ nhất chứa hai số nguyên dương n và q ($n, q \le 10^6$);
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên dương $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ($a_i \le n$ với $i = 1, 2, \ldots, n$);

  (Chú ý: giá trị các phần tử của dãy A là hoán vị của tập số nguyên dương {1, 2, ..., n}).
- Trong q dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa hai số nguyên dương x_i và y_i mô tả truy vấn thứ i ($x_i, y_i \le n$ với $i = 1, 2, \ldots, q$)

Kết quả: Ghi vào file **SQUEPERM.OUT** một số nguyên duy nhất là tổng kết quả (câu trả lời) của tất cả các truy vấn.

Ví dụ:

SQUEPERM.INP	SQUEPERM.OUT
8 7 4 2 3 7 8 6 5 1 8 1 4 3 1 1 5 2 5 1 6 2 8 5	8

Giải thích: *câu trả lời của các truy vấn lần lượt là: 1,2,3,4,-1,-1.*

➔ *Tổng của các số trên là: 1 +2 +3 +4 +(-1) +(-1) =* ***8.***

Subtask:

- *Subtask 1: 25% số test có* $n, q \le 1000$;
- *Subtask 2: 25% số test có* $n \le 1000$;
- *Subtask 3: 25% số test có* $n, q \le 10^5$;
- *Subtask 4: 25% số test không có ràng buộc gì thêm.*

------- **HẾT** -------

Họ tên thí sinh:.. Chữ ký giám thị coi thi:..

Chữ ký:.. ....